



Concursul Euclid este inițiat și organizat de liceul nostru începând cu anul 2000

Liceul
Vasile
Alexandri
Iasi



Concursul de matematică „Euclid”

Subiect clasa a V -a

30.05.2018

SUBIECTUL I (30 puncte)

Se consideră 5 numere naturale cu media aritmetică egală cu 24. Împărțind pe rând primul număr la suma dintre al doilea și al treilea, apoi al doilea număr la suma dintre al treilea și al patrulea, iar la final pe al treilea la suma dintre al patrulea și al cincilea se obține de fiecare dată câtul 2 și restul 1. Știind că ultimele două numere sunt consecutive, aflați numerele.

BAREM SUBIECTUL I

- $a+b+c+d+e=120$; $a : (b+c)=2$ rest 1; $b : (c+d)=2$ rest 1; $c : (d+e)=2$ rest 1 12 puncte
- $c=4d+3$; $b=10d+7$; $a=28d+21$ 12 puncte
- $28d+21+10d+7+4d+3+d+d+1=120$; $d=2$; $a=77$; $b=27$; $c=11$; $e=3$ 6 puncte

SUBIECTUL II (40 puncte)

- a) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{1+2+3+\dots+2018}{4+8+12+\dots+8072}$, arătați că $x = \frac{5b-2a}{10a-2b}$ este pătrat perfect.
- b) Demonstrați că numărul $a = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2019}$ este multiplul numărului 399 .

BAREM SUBIECTUL II

- a) $\frac{a}{b} = \frac{1+2+3+\dots+2018}{4+8+12+\dots+8072} = \frac{1+2+\dots+2018}{4(1+2+\dots+2018)} = \frac{1}{4}$ 10 puncte
- $4a = b$ 4 puncte
- $x = \frac{20a-2a}{10a-8a} = \frac{18a}{2a} = 9 = 3^2$, deci x este pătrat perfect 6 puncte
- b) $399 = 7 + 7^2 + 7^3$ 8 puncte
- $a = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^3(7 + 7^2 + 7^3) + \dots + 7^{2016}(7 + 7^2 + 7^3)$ 8 puncte
- a este multiplu a lui 399 4 puncte

SUBIECTUL III (20 puncte)

Determinați numerele naturale \overline{abc} și \overline{xy} pentru care: $\overline{abc} + \overline{bc} + c = 2^{\overline{xy}} + 57$.

- Dacă $\overline{xy} > 10$; $2^{11} = 2048$, deci $\overline{abc} + \overline{bc} + c = 2048 + 57 = 2105$ fals 10 puncte
- Așadar, $\overline{xy} = 10$, $\overline{abc} + \overline{bc} + c = 1024 + 57 = 1081$ 2 puncte
- $u.c.(3c) = 1 \Rightarrow c = 7$, $100a + 20b = 1081 - 21 = 1060 \Rightarrow a = 9, b = 8$ 8 puncte

Se acordă 10 puncte din oficiu. Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.