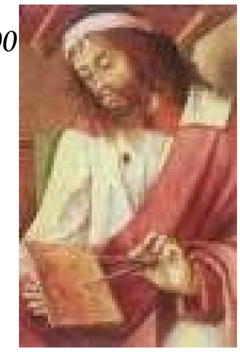
Concursul Euclid este inițiat şi organizat de liceul nostru începând cu anul 2000



Liceul Vasile Alecsandri Iasi

Concursul de matematică „Euclid”
Subiect şi barem clasa a VI-a
30.05.2018

SUBIECTUL I (30 puncte)

Dacă numerele x-y, 2y – z, 3z + x sunt invers proporționale cu $\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{1}{9}$ atunci arătați că:

a) z este 25% din (x – y);

b) aflați x, y, z numere naturale știind că y este un număr prim.

Barem

a) Scrie relația $\frac{x-y}{4}=\frac{2y-z}{3}=\frac{3z+x}{9}=k$ ……………………………………………………..5p

Arată că x = 6k, y =2k, z = k………………………………………………………….....10p

Arată că z = 25%(x-y)…………………………………………………………………..5p

b) Află că y = 2k și y prim deci y = 2…………………………………………………...5p

Află x = 6 și z = 1…………………………………………………………………….5p

SUBIECTUL II (30 puncte)

a) Arătați că are loc relația: $\frac{2^{n-1}}{\left(2^n+1\right)\left(2^{n+1}+1\right)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2^n+1}-\frac{1}{2^{n+1}+1}\right)$

b) Aflați numărul natural n, astfel încât: $\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 9}+\frac{4}{9\cdot 17}+...+\frac{2^{n-1}}{\left(2^n+1\right)\left(2^{n+1}+1\right)}=\frac{2^{2017}-1}{3\left(2^{2018}+1\right)}$

Barem

a) Arată egalitatea…………………………………………………………………………10p

b) Calculează $\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 9}+\frac{4}{9\cdot 17}+...+\frac{2^{n-1}}{\left(2^n+1\right)\left(2^{n+1}+1\right)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2^{n+1}+1}\right)$ ……………………….10p

Arată că $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2^{n+1}+1}\right)=\frac{2^{2017}-1}{3\left(2^{2018}+1\right)}$ ………………………………………………………...5p

Află n = 2017…………………………………………………………………………………….5p

SUBIECTUL III (30 puncte)

În triunghiul ΔABC, AC<BC și m$\left(\measuredangle ACB \quad 60^{\circ}\right.$. Pe latura (BC) se consideră punctele D și F astfel încât (BD) = (CF) = (AC) și fie E simetricul punctului A față de punctul C.

a) să se arate că bisectoarea unghiului $\measuredangle AFB$ este paralelă cu AC;

b) să se demonstreze că [DE] = [AB]

Barem

a) desen……………………………………………………………………………………….5p

Arată că ΔACF este echilateral……………………………………………………………………5p

Demonstrează că bisectoarea $\measuredangle AFB$ este paralelă cu AC…………………………………………10p

b) Arată că $\Delta DCE \equiv \Delta AFB \Rightarrow [DE] \equiv [AB]$ ……………………………………………………10p

Se acordă 10 puncte din oficiu. Orice altă soluție corecta se puncteaza corespunzător