



Concursul „Euclid” este inițiat și organizat de liceul nostru începând cu anul 2000

Liceul
Vasile
Alexandri
Iasi



Concursul de matematică „Euclid”
Subiect și barem clasa a VII-a
30.05.2018

SUBIECTUL I (30 puncte)

- a) Demonstrați că: $4a^2 + 9b^2 \geq 12ab$, oricare ar fi numerele reale a și b ;
b) Aflați numerele reale a, b, c știind că: $4a^2 + 10b^2 + c^2 - 12ab - 2b - 6c + 10 = 0$.

BAREM

- a) $4a^2 + 9b^2 \geq 12ab \Leftrightarrow 4a^2 - 12ab + 9b^2 \geq 0 \Rightarrow (2a - 3b)^2 \geq 0$ 10 p
b) Scrie $\Leftrightarrow (2a - 3b)^2 + (b - 1)^2 + (c - 3)^2 = 0$ 12 p
 $(2a - 3b)^2 \geq 0, (b - 1)^2 \geq 0, (c - 3)^2 \geq 0$ oricare ar fi numerele reale a, b, c 6 p
Finalizare 2 p

SUBIECTUL II (30 puncte)

- a) Fie $x, y \in \mathbb{R}_+$. Arătați că:
i) $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2(x + y)}$
ii) $\sqrt{7} + \sqrt{43} \leq 10$.
b) Demonstrați inegalitatea: $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{49} \leq 245$

BAREM

- a) Ridică relația la pătrat și obține $2\sqrt{xy} \leq x + y$ 5p
Obține $(x - y)^2 \geq 0$ 4p
Aplică relația i) pentru $x=7$ și $y=43$ 6p
b) Grupează termenii: $(1 + \sqrt{49}) + (\sqrt{2} + \sqrt{48}) + \dots + (\sqrt{24} + \sqrt{26}) + \sqrt{25}$ 6p
Aplică relația i) 5p
Finalizează 4p

SUBIECTUL III (30 puncte)

Triunghiul ABC este dreptunghic în A iar $AC = 1\text{dm}$. E este mijlocul laturii BC, F este mijlocul laturii AB și $AE \perp CF$, $AE \cap CF = \{D\}$.

- Să se afle raportul dintre aria triunghiului ACD și aria triunghiului DEF;
- Să se calculeze lungimile laturilor AB și BC.

BAREM

- Observă că punctul D este centru de greutate 6p
Notează $FD=x$, $DE=y$, $CD=2x$, $AD=2y$ 4p
Găsește raportul ariilor egal cu 4 5p
- Aplică teorema lui Pitagora în triunghiul CAD și obține relația $4x^2 + 4y^2 = 1$ 4p
Observă că AE este mediană în triunghi dreptunghic $\Rightarrow AE=CE=BE=3y$ 4p
Aplică teorema lui Pitagora în triunghiul CED și obține relația $x^2 = 2y^2$ 4p
Finalizează obținând $BC = \sqrt{3}$ și $AB = \sqrt{2}$ 3p